



MATHEMATICS EXHIBITION

"Being a competitive and intellectual generation on math olympiads"

6 - 8 September 2018
UNIVERSITAS ANDALAS

BABAK PENYISIHAN

Soal Isian Singkat
Jumlah Soal : 30 Butir
Waktu : 120 Menit



Mathematics Exhibition 2018

(Kalkulus - Teori Bilangan - Kombinatorika)

Petunjuk pengerjaan:

1. Isilah terlebih dahulu nama, asal perguruan tinggi dan nomor kelompok peserta yang diberikan oleh panitia.
2. Ujian ini terdiri dari dua bagian. Ujian bagian pertama terdiri dari 30 soal yang akan dikerjakan oleh masing-masing anggota kelompok selama 120 menit, sedangkan ujian bagian kedua terdiri dari 3 soal yang dikerjakan bersama-sama dalam satu kelompok selama 30 menit.
3. Setelah soal bagian pertama selesai dikerjakan dan dikumpulkan kepada pengawas, peserta disilakan untuk istirahat sampai dipanggil kembali oleh panitia untuk mengerjakan soal kedua secara berkelompok (satu kelompok terdiri dari dua orang).
4. Untuk soal-soal bagian pertama, tuliskan hanya jawaban akhirnya saja pada kotak yang disediakan. Jawaban yang dikehendaki adalah jawaban benar yang terbaik. Soal dapat dikerjakan pada lembaran lain yang diberikan oleh panitia.
5. Untuk soal-soal bagian kedua, tuliskan jawaban Anda lengkap dengan argumentasi dan penjelasan.
6. Setiap soal pada bagian pertama bernilai 4 bila benar dan 0 bila salah, sedangkan setiap soal pada bagian kedua maksimal bernilai 10.
7. Gunakan pena atau pulpen. Pensil hanya boleh digunakan untuk gambar atau sketsa.
8. Jika tempat yang tersedia tidak mencukupi pada soal bagian kedua, gunakanlah halaman di belakangnya.
9. Bekerjalah dengan cepat, tetapi cermat dan teliti. Anda sama sekali tidak diperkenankan menggunakan penghapus cair.
10. Di akhir test, kumpulkan berkas soal ini secara utuh.

MATHEMATICS EXHIBITION

"Being a competitive and intellectual generation on math olympiads"



Nama: _____ Asal: _____ Kelompok: _____

Soal Isian Singkat

1. Carilah semua nilai x yang memenuhi pertaksamaan $ x + x - 1 \leq 3$	<div style="border: 2px solid black; height: 30px; width: 100%;"></div>
2. Diketahui fungsi $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$. Tentukanlah nilai ekstrim maksimum dari fungsi f tersebut.	<div style="border: 2px solid black; height: 30px; width: 100%;"></div>
3. Tentukanlah konstanta a dan b agar fungsi $f(x, y) = \begin{cases} \frac{a\sqrt[3]{x} + b}{x^2 - 1}, & 0 \leq x < 1 \\ x^3 + 1, & x \geq 1 \end{cases}$ kontinu pada interval $[0, \infty)$.	<div style="border: 2px solid black; height: 30px; width: 100%;"></div>
4. Misalkan persamaan $\sin y = xy$ mendefinisikan y secara implisit sebagai fungsi dari x . Tentukanlah $\frac{d^2y}{dx^2}$ di titik $(\frac{2}{\pi}, \frac{\pi}{2})$.	<div style="border: 2px solid black; height: 30px; width: 100%;"></div>
5. Tentukan asimtot miring dari grafik fungsi $f(x) = x + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 2x}}$	<div style="border: 2px solid black; height: 30px; width: 100%;"></div>
6. Jika $f(x) = \arcsin(x^2 - x + 1)$, tentukanlah daerah definisi dari fungsi f tersebut.	<div style="border: 2px solid black; height: 30px; width: 100%;"></div>



<p>7. Hitunglah nilai dari limit berikut.</p> $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) \tan\left(\frac{\pi}{4}x\right)$	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
<p>8. Tentukanlah nilai a dan b agar garis $y = 2x$ menyinggung grafik fungsi $f(x) = x^2 + ax + b$ di titik (2, 4).</p>	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
<p>9. Tentukan konstanta a agar nilai</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{4x^2 + ax} + 2x \right) = 4$	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
<p>10. Hitung nilai dari $\int \frac{1}{1+\sin(x)} dx$</p>	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
<p>11. Hitung nilai dari $\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2} \sqrt{(1-x^2)^3}} dx$</p>	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
<p>12. Hitunglah nilai dari $\sum_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2k}} - \frac{1}{\sqrt{2k+2}}$</p>	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
<p>13. Hitunglah nilai dari</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(2n)^n}{(n+1)(n+2) \dots (n+n)} \right)^{1/n}$	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
<p>14. Hitunglah nilai dari</p> $\int_0^{2\pi} \frac{2x \sin(x) }{1 + \cos(2x)}$	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>



<p>15. Jika C kontur tertutup sederhana yang berbentuk lingkaran dengan pusat $(0, 0)$ dan jari-jari 1, maka hitunglah nilai dari integral garis</p> $\oint_C xydx + (x + y)dy$	<div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>
<p>16. Jika $(1 - x)^6$ diuraikan menjadi bentuk polinomial maka tentukanlah koefisien dari suku x^4.</p>	<div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>
<p>17. Tentukanlah turunan berarah dari $f(x, y) = x^2y$ di titik $p = (1, 2)$ pada arah $a = 3i - 4j$.</p>	<div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>
<p>18. Diketahui $S = \{(x, y) 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x\}$ adalah daerah pengintegralan pada integral lipat. Jika penulisan daerah pengintegralan diubah penulisannya ke koordinat polar, dan S_* daerah penulisan dalam koordinat polar maka tentukan daerah S_*.</p>	<div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>
<p>19. Persamaan garis singgung terhadap kurva yang ditulis dalam fungsi parameter $x = t^2, y = t$ dan $t = 2$ adalah....</p>	<div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>
<p>20. Hitunglah nilai integral lipat tiga berikut</p> $\int_{-3}^7 \int_0^{2x} \int_y^{x-1} dzdydx$	<div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>



21. Tentukan sisaan dari $1!+2!+\dots+100!$ apabila bilangan tersebut dibagi 24.	<input type="text"/>
22. Tentukan nilai a apabila $538 \equiv a \pmod{11}$.	<input type="text"/>
23. Tentukan solusi x dan y dari sistem kongruen linier berikut, $7x + 3y \equiv 10 \pmod{16}$ $2x + 5y \equiv 9 \pmod{16}$	<input type="text"/>
24. Jika n adalah bilangan bulat, maka hitunglah nilai dari $\sum_{k=0}^n 3^k \binom{n}{k}$	<input type="text"/>
25. Jika $n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \dots \times 2 \times 1$, maka tentukanlah berapa banyaknya digit 0 berurutan diakhir $800!$.	<input type="text"/>
26. Hitunglah banyaknya bilangan bulat positif yang tidak lebih besar dari 1000 yang tidak habis dibagi oleh 2, 3, 11 atau 13.	<input type="text"/>
27. Diberikan sebuah barisan bilangan bulat yang mana untuk i bilangan asli, bilangan ke- i pada barisan ini merupakan hasil kali dari $(1 \times 2 \times \dots \times (i - 1) \times i)$ dengan bilangan pertama pada barisan ini. Jika jumlah delapan bilangan pertama pada barisan ini adalah 416097, maka tentukanlah bilangan kesepuluhnya.	<input type="text"/>

MATHEMATICS EXHIBITION

“Being a competitive and intellectual generation on math olympiads”



28. Beni memiliki 80 buah koin emas, dengan bentuk yang sama, tetapi ada satu koin yang palsu. Beni tidak tahu koin mana yang palsu, akan tetapi yang diketahui adalah koin palsu lebih ringan dari koin asli. Beni memiliki sebuah timbangan yang bisa digunakan untuk membandingkan berat dua buah benda. Beni kemudian memilih sebuah strategi yang memastikan banyak penimbangan pada kasus terburuk adalah sesedikit mungkin. Tentukanlah banyaknya penimbangan diperlukan Beni pada kasus terburuk apabila ia menggunakan strategi tersebut.

29. Seorang pedagang memiliki 2 buah takaran air, A dan B , dengan volume masing-masing 35 ml dan 48 ml. Jika Pedagang tersebut ingin mengambil tepat 22 ml air, maka pedagang itu dapat melakukannya dengan menggunakan tiga langkah penakaran, yaitu: dua kali takar dengan takaran A ($2 \times 35 = 70$ ml) lalu kurangkan dengan 1 kali takaran B ($70 - 48 = 22$). Jika Pedagang itu ingin mengukur tepat 10 ml air, tentukanlah banyaknya penakaran minimal yang dilakukan pedagang itu.

30. Tentukan bilangan bulat positif terkecil yang banyak pembagi positifnya tepat 30.



MATHEMATICS EXHIBITION

"Being a competitive and intellectual generation on math olympiads"

6 - 8 September 2018
UNIVERSITAS ANDALAS

BABAK PENYISIHAN

Soal Essay
Jumlah Soal : 3 Butir
Waktu : 30 Menit



Kelompok: _____ Nama: 1. _____ Asal: _____
2. _____

Soal Essay

1. Diketahui fungsi $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+1}$.
- Tentukan selang kemonotonan dari grafik fungsi $y = f(x)$ dan titik ekstrim beserta jenisnya.
 - Tentukan selang kecekungan dari grafik fungsi $y = f(x)$ dan titik beloknya.
 - Tentukan semua asimtot yang ada.
 - Gambarkan grafik fungsi $y = f(x)$.

Jawab:

2. Dengan hanya menggunakan angka 0, 1 dan 2 akan dibentuk sebuah string sedemikian rupa sehingga selisih antara satu angka dengan angka disebelahnya tidak lebih dari satu. Sebagai contoh, dapat dibentuk string

MATHEMATICS EXHIBITION

“Being a competitive and intellectual generation on math olympiads”



011221 atau 2211010, tetapi tidak boleh membentuk string 102.
Hitunglah banyaknya string seperti ini yang panjangnya tepat 9.

Jawab:

MATHEMATICS EXHIBITION

“Being a competitive and intellectual generation on math olympiads”



3. Selisih jumlah umur Budi dan July 6 tahun yang lalu dan jumlah umur Budi dan July 5 tahun yang akan datang merupakan dua kali dari selisih umur Zulak 6 tahun yang lalu dan 5 tahun yang akan datang. Selisih umur Budi dan Zulak adalah 31. Jumlah umur July dan Zulak 1 tahun yang lalu adalah 70. Umur July 7 tahun yang lalu merupakan dua kali dari umur Budi 7 tahun yang lalu. Selain itu, diketahui umur Budi, July, dan Zulak saat ini adalah bilangan bulat. Tentukanlah jumlah umur Budi, July, dan Zulak 3 tahun yang lalu.

Jawab: