



MATHEMATICS EXHIBITION

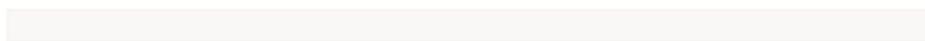
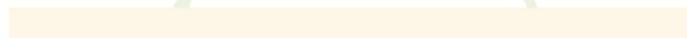
"Being a competitive and intellectual generation on math olympiads"

19-20 OKTOBER 2017
UNIVERSITAS ANDALAS

W M A T E X

BABAK PENYISIHAN

Soal Isian Singkat
Jumlah Soal : 30 Butir
Waktu : 100 Menit



Mathematics Exhibition 2017

(Kalkulus - Teori Bilangan - Kombinatorika)

Petunjuk pengerjaan:

1. Isilah terlebih dahulu nama, asal perguruan tinggi dan kelompok peserta anda.
2. Ujian ini terdiri dari dua bagian. Bagian Pertama terdiri dari 30 soal yang akan dikerjakan oleh masing-masing anggota kelompok selama 100 menit, sedangkan Bagian Kedua terdiri dari 3 soal yang dikerjakan bersama-sama dalam satu kelompok selama 50 menit.
3. Setelah Soal Bagian Pertama selesai dikerjakan dan dikumpulkan kepada pengawas, peserta duduk dalam satu kelompok dan bersama-sama mengerjakan Soal Bagian Kedua.
4. Untuk soal-soal Bagian Pertama, tuliskan hanya jawaban akhir saja pada kotak yang disediakan. Jawaban yang dikehendaki adalah jawaban benar yang terbaik.
5. Untuk soal-soal Bagian Kedua, tuliskan jawaban Anda lengkap dengan argumentasi dan penjelasan.
6. Setiap soal pada Bagian Pertama bernilai 4 angka, sedangkan setiap soal pada Bagian Kedua bernilai 10 angka.
7. Gunakan pena atau pulpen. Pensil hanya boleh digunakan untuk gambar atau sketsa.
8. Jika tempat yang tersedia tidak mencukupi, gunakan halaman di belakangnya.
9. Bekerjalah dengan cepat, tetapi cermat dan teliti. Anda sama sekali tidak diperkenankan menggunakan penghapus cair.
10. Di akhir tes, kumpulkan berkas soal ini secara utuh.

MATHEMATICS EXHIBITION

“Being a competitive and intellectual generation on math olympiads”



Nama: _____ Asal: _____ Kelompok: _____

Soal Isian Singkat

1. Tentukan semua nilai x yang memenuhi pertaksamaan $ x - 2 + x - 5 < 9$	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
2. Tentukan titik pada permukaan $z = f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 - 8y + 7$ yang mempunyai bidang singgung mendatar.	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
3. Nyatakan limit berikut dalam bentuk integral tentu: (tidak perlu dihitung). $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{2n} \sum_{k=1}^n \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right).$	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
4. Hitunglah integral garis $\int_{(-1,2)}^{(3,1)} (y^2 + 2xy)dx + (x^2 + 2xy)dy$	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
5. Suatu fungsi dinyatakan sebagai $f(x) = \frac{e^x}{e^x + \sqrt{e}}$. Tentukanlah nilai dari $f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right)$	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>
6. Diketahui $A = \sum_{k=1}^{2017} \left(\frac{1}{1+2+3+\dots+k}\right)$. Tentukan nilai A .	<input style="width: 100%; height: 40px;" type="text"/>



<p>7. Tentukanlah jumlah dari bilangan $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{4950}$.</p>	<input type="text"/>
<p>8. Jika fungsi f kontinu pada interval $[0, \infty)$ dan $\int_0^{x^2} f(t) dt = x(\cos(\pi x) - 1)$, maka hitunglah nilai $f(9)$.</p>	<input type="text"/>
<p>9. Hitunglah nilai dari $\sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)\right)$.</p>	<input type="text"/>
<p>10. Hitunglah $\iint_S \sqrt{4 - x^2 - y^2} dA$, dimana S adalah sektor kuadran pertama dari lingkaran $x^2 + y^2 = 4$ diantara $y = 0$, dan $y = x$.</p>	<input type="text"/>
<p>11. Jika $2017^3 = x^2 - y^2$ dimana x dan y bilangan asli, maka tentukan nilai x dan y.</p>	<input type="text"/>
<p>12. Hitunglah jumlah digit-digit dari bilangan $\left(\frac{1}{32}\right)^3 (8^{504})(25^{750})$.</p>	<input type="text"/>
<p>13. Hitunglah nilai dari limit berikut.</p> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos 4x}{2 \tan x - \sec^2 x}$	<input type="text"/>

MATHEMATICS EXHIBITION

"Being a competitive and intellectual generation on math olympiads"



14. Tentukan jumlah angka-angka (digit) dari $10^{40} - 135$.	<input type="text"/>
15. Tentukan banyaknya bilangan yang terdiri dari 5 digit dan hasil kali digit-digitnya adalah 2000.	<input type="text"/>
16. Tentukan persamaan garis normal dari persamaan kurva $x^2 - xy = x^3 \sin y^3 + 1$ melalui titik $(1, 0)$.	<input type="text"/>
17. Misalkan x bilangan real dan n bilangan bulat. Floor dari x , ditulis $[x]$, akan bernilai n , apabila x berada antara n dan $n + 1$. Berdasarkan hal itu, hitunglah nilai dari bentuk $\frac{[\sqrt[4]{1}] \times [\sqrt[4]{3}] \times [\sqrt[4]{5}] \times [\sqrt[4]{7}] \times \dots \times [\sqrt[4]{2017}]}{[\sqrt[4]{2}] \times [\sqrt[4]{4}] \times [\sqrt[4]{6}] \times [\sqrt[4]{8}] \times \dots \times [\sqrt[4]{2018}]}$	<input type="text"/>
18. Tentukan banyak solusi yang dimiliki oleh persamaan $x_1 + x_2 + x_3 = 11$, dengan x_1, x_2 dan x_3 bilangan bulat tak negatif dan $x_1 \leq 3, x_2 \leq 4$ dan $x_3 \leq 6$	<input type="text"/>
19. Misalkan $1 \leq n \leq 2017$ dengan n bilangan asli. Ada berapa banyaknya n yang memenuhi sedikitnya salah satu digit dari n adalah 0.	<input type="text"/>

MATHEMATICS EXHIBITION

“Being a competitive and intellectual generation on math olympiads”



20. Untuk menuliskan N bilangan asli pertama secara berderet dibutuhkan 2016 angka. Berapakah nilai N yang memenuhi?

21. Tentukan konstanta a agar nilai

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax} + x) = 3$$

22. Suatu sekolah akan mengirimkan siswanya untuk ikut suatu lomba. Setelah di seleksi, terjaring 6 orang siswa dan 8 orang siswi untuk mengikuti lomba tersebut. Akan tetapi sekolah mengeluarkan aturan bahwa tim hanya beranggotakan 5 orang siswa saja dan paling kurang terdapat 1 siswa dan 1 siswi di dalamnya. Berapa cara membentuk tim yang akan dikirim.

23. Seorang tukang akan menyusun ubin yang berukuran 1×2 pada suatu lantai ruangan dengan ukuran tertentu. Ubin boleh disusun vertikal atau horizontal tanpa memotongnya. Jika lantai ruangan berukuran 4×7 , maka tentukan banyak cara untuk menyusun semua pola yang mungkin.



<p>24. Tentukan koefisien dari x^{104} dalam ekspansi $\left(x - \frac{3}{5x}\right)^{210}$. (Catatan: nilai dalam bentuk kombinasi tidak perlu dicari.)</p>	<input data-bbox="1125 383 1407 479" type="text"/>
<p>25. Tentukan solusi dari sistem relasi rekuren, $a_n = 3a_{n-1} + 2b_{n-1}$, $b_n = a_{n-1} + 2b_{n-1}$, dengan $a_0 = 1$ dan $b_0 = 2$:</p>	<input data-bbox="1125 658 1407 754" type="text"/>
<p>26. Tentukan banyaknya cara menyusun bilangan delapan digit yang terdiri dari :</p> <ul style="list-style-type: none">• enam digit berbeda,• terdapat 3 digit berbeda bukan digit 5,• dan digit pertamanya adalah 5.	<input data-bbox="1125 987 1407 1084" type="text"/>
<p>27. Seorang dosen membuat 40 buah soal ujian akhir semester yang berbentuk pilihan Benar atau Salah. Dari semua soal tersebut, terdapat 17 soal dengan pilihan jawaban Benar. Berapa banyak kemungkinan kunci jawaban untuk soal ujian akhir semester tersebut, apabila posisi soal dengan jawaban Benar tidak ditentukan?</p>	<input data-bbox="1125 1458 1407 1554" type="text"/>

MATHEMATICS EXHIBITION

"Being a competitive and intellectual generation on math olympiads"



28. Diberikan bilangan dari 1 sampai dengan 20. Bila dipilih 6 bilangan dari 1 sampai 20 tersebut dan kemudian dijumlahkan, maka tentukanlah berapa banyak cara yang berbeda dapat dilakukan sehingga keenam bilangan tersebut memiliki jumlah yang sama.

29. Pada suatu sekolah terdapat 200 orang siswa. Siswa-siswa tersebut akan mengunjungi suatu tempat rekreasi. Untuk menentukan tempat rekreasi yang akan dikunjungi, diadakan survey terhadap seluruh siswa tersebut. Tempat rekreasi yang diusulkan adalah Tempat A, B, dan Tempat C. Setelah dihitung, 154 siswa menyetujui sekurang-kurangnya satu dari ketiga tempat tersebut dikunjungi, 60 siswa menyetujui Tempat A, 40 siswa menyetujui Tempat B, dan 100 siswa menyetujui Tempat C. Jika hanya 6 dari siswa yang memilih mengunjungi ketiga Tempat tersebut, berapa banyak siswa yang memilih lebih dari satu Tempat?

30. Pada suatu tempat disediakan tiga gelas minuman masing-masing berukuran 200 ml, 300 ml dan 500 ml . Bila ingin minum sebanyak dua liter air, berapa cara minum dengan 3 buah gelas tersebut (tidak perlu dipakai semua)?



MATHEMATICS EXHIBITION

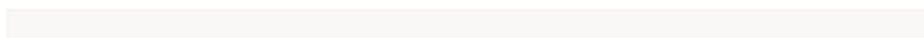
"Being a competitive and intellectual generation on math olympiads"

19-20 OKTOBER 2017
UNIVERSITAS ANDALAS

W M A T E X

BABAK PENYISIHAN

Soal Essay
Jumlah Soal : 3 Butir
Waktu : 50 Menit





Kelompok: _____ Nama: 1. _____ Asal: _____
2. _____

Soal Essey

1. Diketahui fungsi $f(x) = |1 - x^2| + 3$.
 - a. Nyatakan $f(x)$ tanpa nilai mutlak.
 - b. Apakah fungsi f kontinu pada $x = 1$ dan $x = -1$
 - c. Apakah $f'(-1)$ dan $f'(1)$ ada? Jelaskan jawaban anda.
 - d. Gambarkan grafik fungsi f .

Jawab:



2. Dengan menggunakan prinsip Induksi Matematika, tunjukkan bahwa $7^{n+2} + 8^{2n+1}$ adalah bilangan yang habis dibagi 57 untuk setiap bilangan bulat tak negatif n .

Jawab:



3. *Codeword Enumeration*. Suatu string yang berisikan bilangan bulat tak negatif dikatakan kode kata valid (*valid codeword*) jika string tersebut memuat bilangan 0 sebanyak k buah, di mana k adalah bilangan genap. Sebagai contoh, string 1230407869 adalah valid, sementara 120987045608 tidak valid. Misalkan a_n adalah banyaknya kode kata valid yang memuat n bilangan bulat tak negatif. Tentukan relasi rekuren untuk a_n . Jelaskan jawaban anda!

Jawab:

MATHEMATICS EXHIBITION

“Being a competitive and intellectual generation on math olympiads”