

**PENENTUAN AKAR-AKAR FUNGSI
RIEMMAN-ZETA PADA JALUR KRITIS DENGAN
METODE HAMPIRAN SUKU BANYAK DIRICHLET**

**SKRIPSI
PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA**

**OLEH
MARYAM MIRZAKHANI**

NIM 2010439999



**DEPARTEMEN MATEMATIKA DAN SAINS DATA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2024**

TANDA PERSETUJUAN SKRIPSI

Dengan ini dinyatakan bahwa:

Nama : ...
No. Induk Mahasiswa : ...
Departemen : Matematika Dan Sains Data
Bidang : ...
Judul Skripsi : **Judul Skripsi**

Lanjutan Judul Skripsi

telah diuji dan disetujui skripsinya sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) melalui ujian sarjana yang diadakan pada tanggal ... berdasarkan ketentuan yang berlaku.

Pembimbing,

Penguji,

Nama Pembimbing 1
NIP. ...

Nama Penguji 1
NIP. ...

Nama Pembimbing 2
NIP. ...

Nama Penguji 2
NIP. ...

Nama Penguji 3
NIP. ...

Mengetahui,
Ketua Departemen

Nama Ketua Departemen
NIP. ...

Tulis lembar persembahan di sini. Susun kata-kata yang baik, elok, lagi patut, secara ringkas. Alamatkan pada orang-orang khusus mana saja yang skripsi ini dipersembahkan. Maksimal 2 halaman.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah rabbil 'alamin, puji syukur penulis haturkan kehadiran Allah SWT yang ...

Terima kasih penulis ucapkan kepada:

1. Bapak ...
2. Ibu ...

Penulis menyadari ...

Padang, 2024

Maryam Mirzakhani

ABSTRAK

Tugas akhir ini ...

Kata kunci: *metode beda hingga, nilai eigen (3-5 kata kunci)*

ABSTRACT

This final project ...

Keywords: *finite difference method, eigenvalues (3-5 keywords)*

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	iii
ABSTRAK	iv
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR NOTASI	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
 BAB I PENDAHULUAN	 1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	1
1.3 Batasan Masalah	1
1.4 Tujuan Penelitian	1
1.5 Sistematika Penulisan	2
 BAB II LANDASAN TEORI.....	 3
2.1 Kandungan Landasan Teori.....	3

2.2	Penomoran dan Perujukan Silang	4
2.3	Gambar dan Tabel.....	8
2.4	Daftar Pustaka.....	10
BAB III	METODE PENELITIAN (jika ada)	11
3.1	Metode Pengumpulan Data	11
3.2	Metode Analisis	11
BAB IV	HASIL DAN PEMBAHASAN (boleh diganti sesuai dengan topik bahasan)	12
4.1	Uraian	12
BAB V	KESIMPULAN DAN SARAN	14
5.1	Kesimpulan.....	14
5.2	Saran.....	14
	DAFTAR PUSTAKA	15
	LAMPIRAN	16
	RIWAYAT HIDUP PENULIS	19

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.3.1	Peta daerah Limau Manis dan sekitarnya tahun 1890	8
Gambar 2.3.2	Kompartemen Pemodelan	9
Gambar 4.1.1	Limit fungsi $f(x)$ menuju titik p sama dengan L jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian se- hingga jika $0 < x - p < \delta$ maka $ f(x) - f(p) < \varepsilon$.	12

DAFTAR TABEL

Tabel 2.3.1	Data Palawija	9
Tabel 4.1.1	Data Palawija	12

DAFTAR NOTASI

$a b$	a membagi habis b
$\phi(x)$	fungsi Euler-Phi
$H \triangleleft G$	H subgrup normal dari G
G/H	grup faktor
$\langle a \rangle$	grup siklik dibangun oleh a
$R[x]$	gelanggang suku banyak atas R

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Bahasa Program Matlab...	16
Lampiran 2 Data hasil pengolahan...	17
Lampiran 3 Data hasil penggerembolan...	18

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

memaparkan secara singkat, tajam dan terurut, mengapa topik penelitian ini dipilih...

1.2 Rumusan Masalah

memaparkan secara singkat permasalahan yang ada dan akan diteliti dalam penelitian ini...

1.3 Batasan Masalah

memaparkan ruang lingkup dari masalah yang diteliti sehingga lebih dapat lebih fokus dalam membahas permasalahan...

1.4 Tujuan Penelitian

berisikan pernyataan singkat mengenai tujuan dilakukannya penelitian ini...

1.5 Sistematika Penulisan

penjelasan singkat urutan penulisan tubuh tulisan...

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dibahas beberapa teori dan pengertian dasar yang akan dipakai menjadi landasan penyelesaian masalah dalam penulisan skripsi ini.

2.1 Kandungan Landasan Teori

Dalam landasan teori termuat definisi, lema, teorema, akibat, hasil penelitian terdahulu dan keterangan lain yang dianggap perlu di dalam pembahasan. Perhatikan cara penulisan definisi, teorema, bukti, lema, akibat, proposisi, dan contoh berikut.

Definisi 2.1.1. [1] *Jika A adalah suatu matriks kompleks, maka matriks transpos konjugat dari A , dinotasikan dengan A^* , didefinisikan sebagai*

$$A^* = \bar{A}^T. \tag{2.1.1}$$

Teorema 2.1.1. [1] *Jika A adalah matriks Hermitian, maka nilai eigen matriks A bernilai riil.*

Bukti. Misalkan $\mathbf{v} \neq 0$ suatu vektor eigen dari A dengan nilai eigen λ . Berdasarkan

sifat hasil kali dalam, diketahui $\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle > 0$. Oleh karena itu

$$\begin{aligned}
 [t]\lambda &= \frac{1}{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle} \lambda \langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle \\
 &= \frac{1}{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle} \langle \mathbf{v}, \lambda \mathbf{v} \rangle \\
 &= \frac{1}{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle} \langle \mathbf{v}, A\mathbf{v} \rangle \\
 &= \frac{1}{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle} \langle A\mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle \\
 &= \frac{1}{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle} \langle \lambda \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle \\
 &= \frac{1}{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle} \bar{\lambda} \langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle \\
 &= \bar{\lambda}
 \end{aligned}$$

Jika suatu bilangan kompleks sama dengan sekawannya, maka bagian kompleksnya sama dengan nol. Dengan kata lain, bilangan tersebut adalah bilangan riil. ■

Contoh 2.1.1. Akan ditunjukkan bahwa matriks

$$\begin{pmatrix} 2 & 1+i \\ 1-i & 3 \end{pmatrix}$$

adalah matriks Hermitian dan nilai eigennya adalah bilangan riil

2.2 Penomoran dan Perujukan Silang

Persamaan yang akan dirujuk kembali perlu dinomori. Untuk menomori persamaan yang berdiri sendiri gunakan `\begin{equation}`. Untuk menomori

beberapa baris persamaan yang tersusun bersejajar, gunakan `\begin{align}`. Gunakan `\nonumber` untuk menghilangkan nomor pada baris tertentu. Gunakan `\begin{align*}` (dengan bintang) untuk menulis beberapa baris persamaan yang tersusun bersejajar tanpa menomorinya sama sekali.

Teorema 2.2.1. [2] *(Deret Taylor Multivariabel)* Misalkan Ω adalah himpunan terbuka dan $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ adalah anggota himpunan fungsi yang turunan pertama sampai ke- $(m + 1)$ kontinu di Ω dan misalkan garis yang menghubungkan x_0 dan x berada di Ω . Jika $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ dan $x_0 = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$, maka

$$\begin{aligned}
f(x) &= f(x_0) + \sum_{i=1}^n f^{(i)}(x_i - x_i^{(0)}) + \frac{1}{2!} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f^{(i)(j)}(x_0)(x_i - x_i^{(0)})(x_j - x_j^{(0)}) \\
&+ \frac{1}{3!} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n f^{(i)(j)(k)}(x_0)(x_i - x_i^{(0)})(x_j - x_j^{(0)})(x_k - x_k^{(0)}) + \dots \\
&+ \frac{1}{m!} \sum_{(i_1), (i_2), \dots, (i_m)=1}^n f^{(i_1)(i_2) \dots (i_m)}(x_0)(x_{i_1} - x_{i_1}^{(0)})(x_{i_2} - x_{i_2}^{(0)}), \dots, (x_{i_m} - x_{i_m}^{(0)}) \\
&+ R_m(x)
\end{aligned} \tag{2.2.1}$$

di mana

$$\begin{aligned}
R_m(x) &= \frac{1}{(m+1)!} \sum_{(i_1), (i_2), \dots, (i_{m+1})=1}^n f^{(i_1)(i_2) \dots (i_{m+1})}(x_0 + ch)(x_{i_1} - x_{i_1}^{(0)})(x_{i_2} - x_{i_2}^{(0)}) \\
&\dots (x_{i_{m+1}} - x_{i_{m+1}}^{(0)})
\end{aligned} \tag{2.2.2}$$

Teorema dan persamaan yang penting perlu dilabeli dengan `\label{}` agar dapat dirujuk kembali. Cara merujuknya kembali adalah dengan menggu-

nakan \ref{}}. Pandang sistem persamaan diferensial berikut:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad (2.2.3)$$

dimana $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Penjelasan di bawah ini memberikan definisi titik tetap dari sistem (2.2.3).

Definisi 2.2.1. [3] *Titik tetap (disebut juga titik ekuilibrium, titik kritis atau titik stationer) dari sistem (2.2.3) adalah titik yang memenuhi persamaan $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$. Jika suatu solusi dari sistem (2.2.3) dimulai dari titik tetap, maka solusi tersebut selalu tetap berada di sana (solusi konstan).*

Selanjutnya pengertian tentang kestabilan titik tetap dijelaskan dalam dua definisi berikut.

Definisi 2.2.2. [3] *Suatu titik tetap, katakanlah \mathbf{x}_0 , dari persamaan (2.2.3) dikatakan stabil jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian sehingga untuk setiap $t \geq t_0$, $\|\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}_0(t_0)\| < \delta$ mengakibatkan $\|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_0(t)\| < \varepsilon$, dimana $\mathbf{x}(t)$ adalah solusi dari persamaan (2.2.3).*

Definisi 2.2.3. [3] *Suatu titik tetap, katakanlah \mathbf{x}_0 , dari persamaan (2.2.3) dikatakan stabil asimtotik jika ia stabil dan terdapat $\eta > 0$ sedemikian sehingga $\|\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}_0(t_0)\| < \eta$ mengakibatkan*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_0(t)\| = 0. \quad (2.2.4)$$

Sistem (2.2.3) di sekitar titik tetap \mathbf{x}_0 dapat didekati oleh sistem linier

$$\dot{\mathbf{x}} = J\mathbf{x}, \quad (2.2.5)$$

dimana J adalah matriks Jacobian yang dihitung di titik tetap \mathbf{x}_0 .

Analog dengan persamaan diferensial biasa orde satu linier, solusi dari sistem (2.2.5) dapat ditulis dalam bentuk

$$\mathbf{x} = \mathbf{v}e^{\lambda t}, \quad (2.2.6)$$

dimana λ suatu skalar dan \mathbf{v} suatu vektor konstan tak-nol. Dengan mensubstitusikan persamaan (2.2.6) ke sistem (2.2.5), diperoleh

$$(J - \lambda I)\mathbf{v} = 0, \quad (2.2.7)$$

Dari bentuk di atas jelas bahwa λ adalah nilai eigen dari matriks J dan \mathbf{v} adalah vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen λ . Persamaan (2.2.7) juga sering disebut sebagai masalah nilai eigen.

Karena perilaku solusi (2.2.6) hanya bergantung pada nilai eigen λ , maka kestabilan sistem (2.2.3) di sekitar titik kesetimbangan hanya ditentukan oleh nilai-nilai eigen dari matriks Jacobiannya. Hubungan tersebut diberikan oleh teorema berikut.

Teorema 2.2.2. [4] *Pandang sistem (2.2.5) dimana matriks Jacobian J mempunyai nilai-nilai eigen yang berbeda $\lambda_1, \dots, \lambda_k$, dengan $k \leq n$.*

(i) Titik tetap \mathbf{x}_0 stabil asimtotik jika dan hanya jika $\Re(\lambda_i) < 0$ untuk setiap

$$i = 1, \dots, k.$$

(ii) Titik tetap \mathbf{x}_0 tak-stabil jika dan hanya jika terdapat $\Re(\lambda_i) > 0$ untuk

$$\text{suatu } i = 1, \dots, k.$$

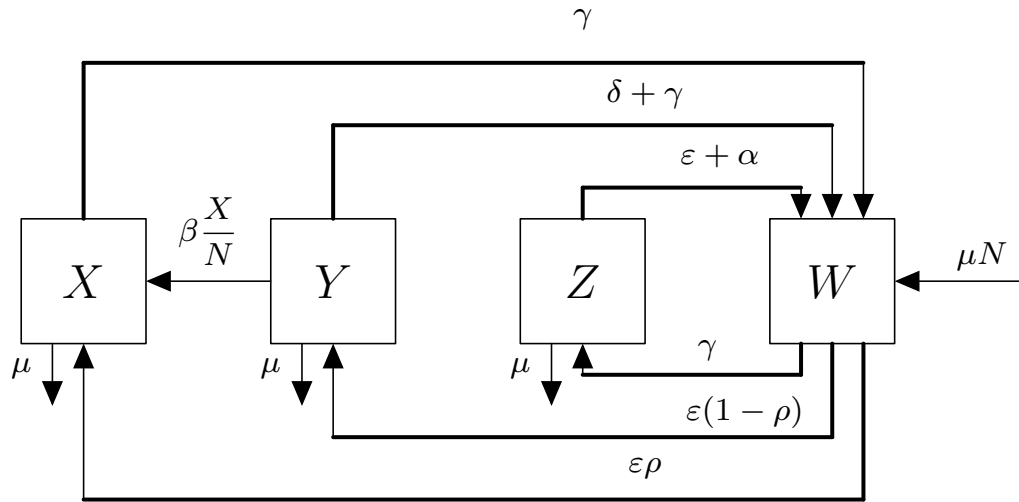
2.3 Gambar dan Tabel

Gambar dapat dimunculkan dengan cara sebagai berikut.



Gambar 2.3.1: Peta daerah Limau Manis dan sekitarnya tahun 1890

Jika tabah menghadapi lebih banyak lagi *syntax* \LaTeX , gambar kurva atau graf dapat digambar dengan TikZ.



Gambar 2.3.2: Kompartemen Pemodelan

Untuk tabel, mau pendek mau panjang, dapat dimuat dengan cara berikut.

Tabel 2.3.1: Data Palawija

No	Variabel	Minimum	Maksimum	Rata-rata	Standar Deviasi
1	Padi	651	13000475	2442270	3525458
2	Jagung	0	6543359	883990	1355526
3	Kedelai	0	244442	28900	51497
4	Kacang Hijau	0	112162	6903	20944
5	Kacang Tanah	0	150180	15065	34216
6	Ubi Kayu	0	6683758	583566	1305519
7	Ubi Jalar	0	547879	56307	107383
1	Padi	651	13000475	2442270	3525458
2	Jagung	0	6543359	883990	1355526

3	Kedelai	0	244442	28900	51497
4	Kacang Hijau	0	112162	6903	20944
5	Kacang Tanah	0	150180	15065	34216
6	Ubi Kayu	0	6683758	583566	1305519
7	Ubi Jalar	0	547879	56307	107383
1	Padi	651	13000475	2442270	3525458
2	Jagung	0	6543359	883990	1355526
3	Kedelai	0	244442	28900	51497
4	Kacang Hijau	0	112162	6903	20944
5	Kacang Tanah	0	150180	15065	34216
6	Ubi Kayu	0	6683758	583566	1305519
7	Durian	0	12	1945	2024

Untuk tabel yang kecil, dapat diketik manual dengan menu “Wizard > Quick Tabular” yang ada di aplikasi. Untuk tabel yang lebih besar, silakan cari perkakas “Latex Table Generator” atau sejenisnya di internet.

2.4 Daftar Pustaka

Data buku untuk daftar pustaka diisikan pada *file* `dapus.bib`. Untuk keterangan lebih lanjut, silakan tanya teman atau telusuri di internet dengan kata kunci “Bibtex database”.

BAB III

METODE PENELITIAN (JIKA ADA)

Pada bab ini ...

3.1 Metode Pengumpulan Data

Sumber data fa fi fu....

3.2 Metode Analisis

Metode yang digunakan was wes wos...

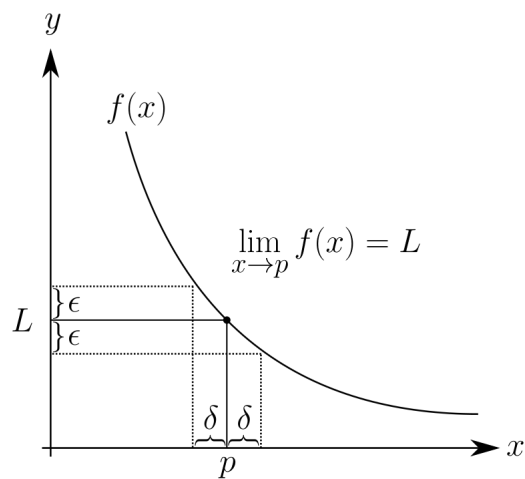
BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN (BOLEH DIGANTI

SESUAI DENGAN TOPIK BAHASAN)

Pada bab ini ...

4.1 Uraian



Gambar 4.1.1: Limit fungsi $f(x)$ menuju titik p sama dengan L jika untuk setiap $\epsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian sehingga jika $0 < |x - p| < \delta$ maka $|f(x) - f(p)| < \epsilon$

Tabel 4.1.1: Data Palawija

No	Variabel	Minimum	Maksimum	Rata-rata	Standar Deviasi
1	Padi	651	13000475	2442270	3525458
2	Jagung	0	6543359	883990	1355526
3	Kedelai	0	244442	28900	51497

4	Kacang Hijau	0	112162	6903	20944
5	Kacang Tanah	0	150180	15065	34216
6	Ubi Kayu	0	6683758	583566	1305519
7	Ubi Jalar	0	547879	56307	107383

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

bla bla bla....

5.2 Saran

bla bla bla...

DAFTAR PUSTAKA

- [1] H. Anton and C. Rorres, *Elementary linear algebra: applications version*.
John Wiley & Sons, 2013.
- [2] S. I. Grossman, *Multivariable calculus, linear algebra, and differential equations*. Academic Press, 2014.
- [3] S. Lynch, *Dynamical Systems with Applications using Mathematica*, 01 2007.
- [4] G. J. Olsder and J. W. van der Woude, *Mathematical systems theory*. VSSD
Netherlands, 2005, vol. 4.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Bahasa Program Matlab...

```
A = [1, 2, 3;... foo
4, 5, 6];
s = 'abcd';
for k = 1:4
    Disp(s(k)) % bar
end
%{
    create row vector x, then reverse it
%}
x = linspace(0,1,101);
y = x(end:-1:1);
```

Lampiran 2 Data hasil pengolahan...

Lampiran 3 Data hasil penggerembolan...

RIWAYAT HIDUP PENULIS



Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nulla sollicitudin commodo tellus eu rutrum. Sed eget nulla quam. Sed quis diam mi. Maecenas dignissim pulvinar leo, eget gravida justo placerat at. Donec malesuada, eros ut sodales sodales, metus quam blandit ipsum, ac mollis lorem neque quis ligula. Ut sit amet turpis lobortis, aliquet quam ac, mollis felis. Duis pharetra et velit eu pulvinar non velit eget suscipit. Aliquam vulputate eget leo quis hendrerit. Fusce ac rhoncus erat, id consectetur sem. Nam aliquet ultrices sem, eget mollis lacus imperdiet eu.

Nulla condimentum congue purus, ac congue dui porta congue. Nam nec aliquet augue. Nunc pharetra lectus eget nisl vestibulum fermentum. In ullamcorper bibendum est, in condimentum purus ultrices at. Maecenas tempor risus mi, ut accumsan orci imperdiet a. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In vel congue erat. Orci varius natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Pellentesque id libero massa. Sed viverra nisi quam, vel venenatis felis luctus sit amet. In felis sapien, ullamcorper at quam ac, dapibus viverra est.

Korespodensi dapat dilakukan melalui surel dengan alamat sososo@gmail.com. Dapat disapa di akun pribadinya baik di Twitter maupun Instagram.